

# Flux optique

Traitement de l'information et vision artificielle

---

Victor Marchais, Tong Zhao

Mai 2017

Ecole Nationale des Ponts et Chaussées

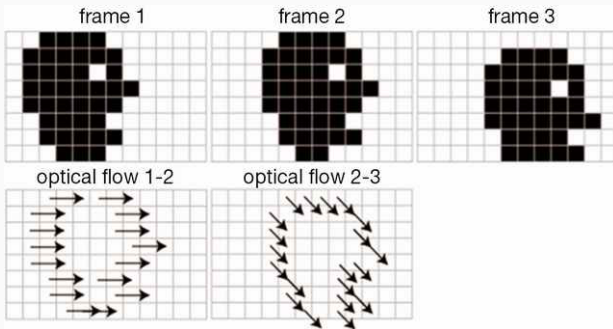
1. Introduction
2. Modélisation
3. La méthode de Lucas-Kanade
4. La méthode de Horn-Schunck
5. Application

## Introduction

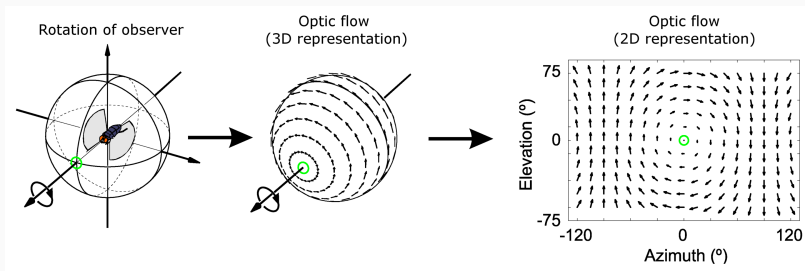
---

**Définition :** Le **mouvement relatif** entre un observateur(caméra) et la scène.

**Objectif :** Estimer le champ de mouvement à l'aide **d'une série d'images**.

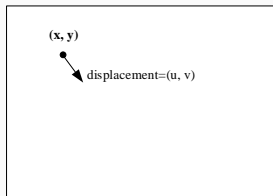


Champ de mouvement (dim = 3)  $\xrightarrow{\text{proj}}$  Flux optique en (dim=2)

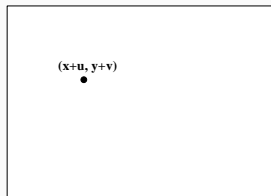


## Modélisation

---



$I(t)$



$I(t+\Delta t)$

## Hypothèse :

- l'intensité lumineuse se conserve entre deux images successives
- le déplacement entre deux images est faible

La première hypothèse

$$I(x, y, t) = I(x + dx, y + dy, t + dt)$$

La seconde hypothèse + la série de Taylor de l'ordre 1

$$I(x + dx, y + dy, t + dt) = I(x, y, t) + \frac{\partial I}{\partial x} dx + \frac{\partial I}{\partial y} dy + \frac{\partial I}{\partial t} dt$$

Equation de contrainte du flux optique

$$I_x dx + I_y dy + I_t dt = 0 \Rightarrow I_x u + I_y v + I_t = 0 \quad (1)$$



$$I_x u + I_y v + I_t = 0$$

- $I_x$  : La dérivée partielle de l'intensité lumineuse par rapport à  $x$

$$I_x = I(x, y, t) - I(x - 1, y, t)$$

- $I_y$  : La dérivée partielle de l'intensité lumineuse par rapport à  $y$

$$I_y = I(x, y, t) - I(x, y - 1, t)$$

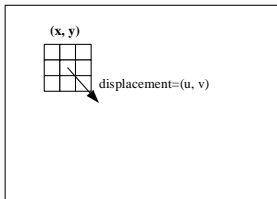
- $I_t$  : La dérivée partielle de l'intensité lumineuse par rapport au temps

$$I_t = I(x, y, t) - I(x, y, t - 1)$$

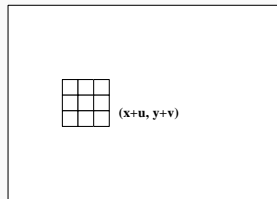
- $u_x, u_y$  : Le flux optique à calculer

## La méthode de Lucas-Kanade

---



$I(t)$



$I(t+\Delta t)$

**Hypothèse** : le déplacement (le flux optique) entre deux images adjacentes est constant sur un voisinage local du pixel considéré

**Conséquence** : on peut résoudre le problème par les équations simultanées.

On prend un bloque de taille  $k \times k$  ( $3 \leq k \leq 15$  typiquement), et on obtient les équations suivantes :

$$\begin{cases} l_x(p_1)u + l_y(p_1)v & = -l_t(p_1) \\ l_x(p_2)u + l_y(p_2)v & = -l_t(p_2) \\ \dots & \dots \\ l_x(p_{k2})u + l_y(p_{k2})v & = -l_t(p_{k2}) \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} l_x(p_1) & l_y(p_1) \\ l_x(p_2) & l_y(p_2) \\ \dots & \dots \\ l_x(p_{k2}) & l_y(p_{k2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_t(p_1) \\ -l_t(p_2) \\ \dots \\ -l_t(p_{k2}) \end{bmatrix} \rightarrow Ax = b$$

Par la méthode des moindres carrés, on obtient la solution suivante :

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_i l_x(p_i)^2 & \sum_i l_x(p_i)l_y(p_i) \\ \sum_i l_y(p_i)l_x(p_i) & \sum_i l_y(p_i)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sum_i l_x(p_i)l_t(p_i) \\ -\sum_i l_y(p_i)l_t(p_i) \end{bmatrix}$$

# Exemple



Figure 1 -  $k=3$

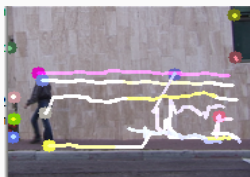


Figure 3 -  $k=5$



Figure 5 -  $k=7$



Figure 2 -  $k=9$

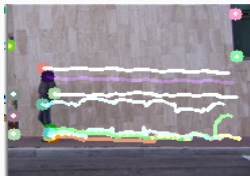


Figure 4 -  $k=12$



Figure 6 -  $k=15$

## Avantages

- Le calcul est rapide et facile
- L'évolution temporelle est exacte

## Désavantages

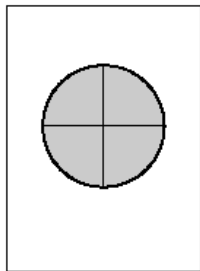
- Une forte erreur sur les bords des objets mobiles
- La qualité de l'algorithme dépend de celle des points clés.
- L'hypothèse est forte

## Application

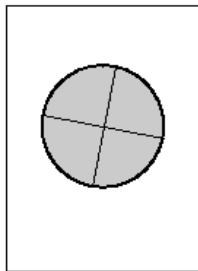
Cette méthode convient à un ensemble de points bien choisis

## La méthode de Horn-Schunck

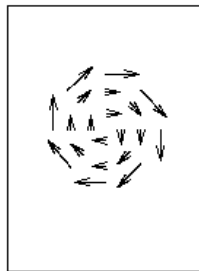
---



**t1**



**t2**



**flux optique**

On suppose que le déplacement entre deux images adjacentes se différencie sur chaque point et on le considère comme un problème d'optimisation



## Fonction d'énergie globale

- Point-wise energy :

$$E_d(i, j) = (I_x u_{ij} + I_y v_{ij} + I_t)^2$$

- Pair-wise energy :

$$E_s(i, j) = \frac{1}{4}[(u_{ij} - u_{i+1, j})^2 + (u_{ij} - u_{i, j+1})^2 + (v_{ij} - v_{i+1, j})^2 + (v_{ij} - v_{i, j+1})^2]$$

## Fonction objective

$$\min_{u, v} \sum_{i, j} (E_d(i, j) + \lambda E_s(i, j))$$

A la  $k$ -ème itération, le gradient se calcule comme ce qui suit :

$$\begin{aligned}u^{k+1} &= \bar{u}^k - \frac{l_x(l_x \bar{u}^k + l_y \bar{v}^k + l_t)}{\lambda + l_x^2 + l_y^2} \\v^{k+1} &= \bar{v}^k - \frac{l_y(l_x \bar{u}^k + l_y \bar{v}^k + l_t)}{\lambda + l_x^2 + l_y^2}\end{aligned}$$

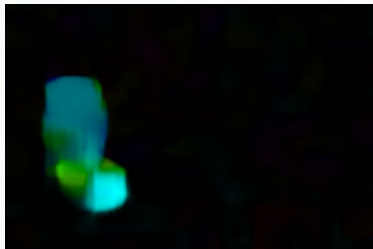
d'où

$$\bar{u}^k(x, y) = \frac{1}{4}(u_{i-1,j} + u_{i+1,j} + u_{i,j+1} + u_{i,j-1})$$

$$\bar{v}^k(x, y) = \frac{1}{4}(v_{i-1,j} + v_{i+1,j} + v_{i,j+1} + v_{i,j-1})$$



**Figure 7** – L'image originale



**Figure 8** – Le flux optique

## Avantage

- Le flux est continu
- On calcule le flux global
- La flexibilité

## Désavantage

- La vitesse particulièrement lente
- Le bord d'objet mobile n'est pas clair.

## Application

Cette méthode parvient à trouver le flux optique dense. Cependant, à cause de sa vitesse lente, on n'utilise plus cet algorithme dans la pratique.

## Application

---

## Necessite : équilibre entre

- Vitesse de calcul
- Précision

## Lucas-Kanade

- Points précis bien définis
- Hypothèses respectées

## Horn-Schunck

- Mouvement des points différent
- Mouvement de chaque point

## Applications

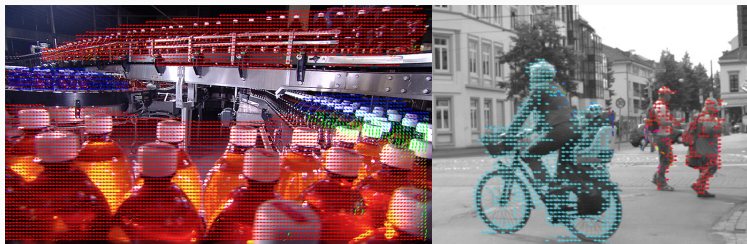


Figure 9 – Utilisations de l'optical flow



Wikipedia, Optical flow

[https://en.wikipedia.org/wiki/Optical\\_flow](https://en.wikipedia.org/wiki/Optical_flow)



Wikipedia, Horn-Schunck method

[https://en.wikipedia.org/wiki/Horn-Schunck\\_method](https://en.wikipedia.org/wiki/Horn-Schunck_method)



Eric Yuan's Blog, Coarse-to-fine Optical Flow (Lucas & Kanade)

<http://eric-yuan.me/coarse-to-fine-optical-flow/>



**Phase de questions**